

**Henri Poincaré**

**Le dernier savant universel ?**

# Henri Poincaré

- BIOGRAPHIE
- HENRI POINCARÉ MATHÉMATICIEN
- HENRI POINCARÉ PHYSICIEN ET ASTRONOME
- HENRI POINCARÉ PHILOSOPHE
- UN SAVANT DANS SON SIÈCLE

# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE

- 1854 - 29 AVRIL  
NAISSANCE À NANCY



- 1859 – DARWIN(1809-1882)PUBLICATION DE `L'ORIGINE DES ESPÈCES...
- 1860 – NAISSANCE DU COUSIN RAYMOND POINCARÉ (1860-1934) , FUTUR PRÉSIDENT DE LA RÉPUBLIQUE
- 1865 – THÉORIE DE MAXWELL (1831-1879) SUR LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES
- 1869 - MENDELEÏEV (1834-1907)CLASSIFICATION PÉRIODIQUE DES ÉLÉMENTS

# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE



Acte de naissance d'Henri Poincaré - Nancy.

# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE

- 1871 - BACCALAURÉAT ES LETTRES ET ES SCIENCES
- 1873 - MAJOR AU CONCOURS D'ENTRÉE DE POLYTECHNIQUE
- 1874 –PREMIÈRE PUBLICATION MATHÉMATIQUE
- 1875 – 1878 : ÉCOLE DES MINES
- 1879 – DOCTORAT ES SCIENCES MATHÉMATIQUES  
INGÉNIEUR DES MINES À VESOUL  
CHARGÉ DE COURS À LA FACULTÉ DE CAEN
- 1870 juillet -1871 janvier : GUERRE FRANCO-ALLEMANDE  
TROISIÈME RÉPUBLIQUE (septembre 1870)
- 1877 – BOLTZMANN (1844-1906)  
THÉORIE CINÉTIQUE DES GAZ



# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE

- 1881 – MARIAGE  
MEMBRE CORRESPONDANT DE  
L'ACADÉMIE DES SCIENCES  
MAÎTRE DE CONFÉRENCES A LA  
FACULTÉ DE PARIS
- 1883 - RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE  
POLYTECHNIQUE (ANALYSE)
- 1885 – CHAIRE DE MÉCANIQUE  
PHYSIQUE ET EXPÉRIMENTALE  
(PARIS)
- 1886 - ÉLECTION A L'ACADÉMIE  
DES SCIENCES (GÉOMÉTRIE)
- 1889 – LAURÉAT DU GRAND  
PRIX DU ROI DE SUÈDE  
OSCAR II ( Problème des 3  
corps )
- 1887 - EXPÉRIENCE DE  
MICHELSON ET MORLEY  
HERTZ (1857-1894) :  
PROPAGATION DES ONDES  
ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET EFFET  
PHOTO-ÉLECTRIQUE
- 1888 – BRANLY (1844-1940) :  
RADIO-CONDUCTION

# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE

- 1905 – PUBLICATION 'SUR LA DYNAMIQUE DE L'ÉLECTRON'
- 1905 – EINSTEIN : 'SUR L'ÉLECTRODYNAMIQUE DES CORPS EN MOUVEMENT' ( Relativité restreinte)
- 1906 – PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
- 1906 – DREYFUS RÉHABILITÉ
- 1908 - ÉLU A L'ACADÉMIE FRANÇAISE
- 1909 – RAYMOND POINCARÉ À L'ACADÉMIE FRANÇAISE
- 1910 - PRÉSIDENT DU BUREAU DES LONGITUDES
- 1911 – PARTICIPATION AU PREMIER CONGRÈS DE PHYSIQUE SOLVAY À BRUXELLES ( AVEC EINSTEIN , PLANCK , LORENTZ , BOHR ...)
- 1912 – DÉCÈS A PARIS LE 17 JUILLET
- 1912 – CABINET R. POINCARÉ
- 1913- 1920 : R. POINCARÉ PRÉSIDENT

# HENRI POINCARÉ - BIOGRAPHIE

- PLUS DE 500 ARTICLES PUBLIÉS
- UNE VINGTAINÉ DE LIVRES
- QUATRE OUVRAGES GÉNÉRAUX EN PHILOSOPHIE DES SCIENCES
- MEMBRE DE 34 ACADÉMIES OU SOCIÉTÉS SAVANTES ÉTRANGÈRES
- DOCTEUR HONORIS CAUSA DE 8 UNIVERSITÉS
- PRIX BOLYAI EN 1905 – MEILLEUR MATHÉMATICIEN DE SON TEMPS
- MÉDAILLES DE LA SOCIÉTÉ ASTRONOMIQUE ET DE LA SOCIÉTÉ ROYALE DE LONDRES , LOBATCHEVSKII EN RUSSIE, MATTEUCCI EN ITALIE , BRUCE AUX USA
- CANDIDAT LE PLUS SOUVENT PROPOSÉ AU PRIX NOBEL DE PHYSIQUE ENTRE 1900 ET 1911

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

TOUT AU LONG DE SA CARRIÈRE , POINCARÉ A APPORTÉ DES CONTRIBUTIONS IMPORTANTES DANS DE NOMBREUX DOMAINES DES MATHÉMATIQUES-

QUELQUES EXEMPLES

## – ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- FONCTIONS AUTOMORPHES ( FUCHSIENNES) , GÉNÉRALISATION DES FONCTIONS ELLIPTIQUES , ELLES-MEMES GÉNÉRALISATION DES FONCTIONS SINUSOIDALES → UTILISATION ET POPULARISATION DE LA GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE (LOBATCHEVSKI , BOLYAI  
1830 )

4 PREMIERS POSTULATS D'EUCLIDE MAIS

' PAR UN POINT EXTÉRIEUR A UNE DROITE PASSE PLUS  
D'UNE DROITE PARALLÈLE '

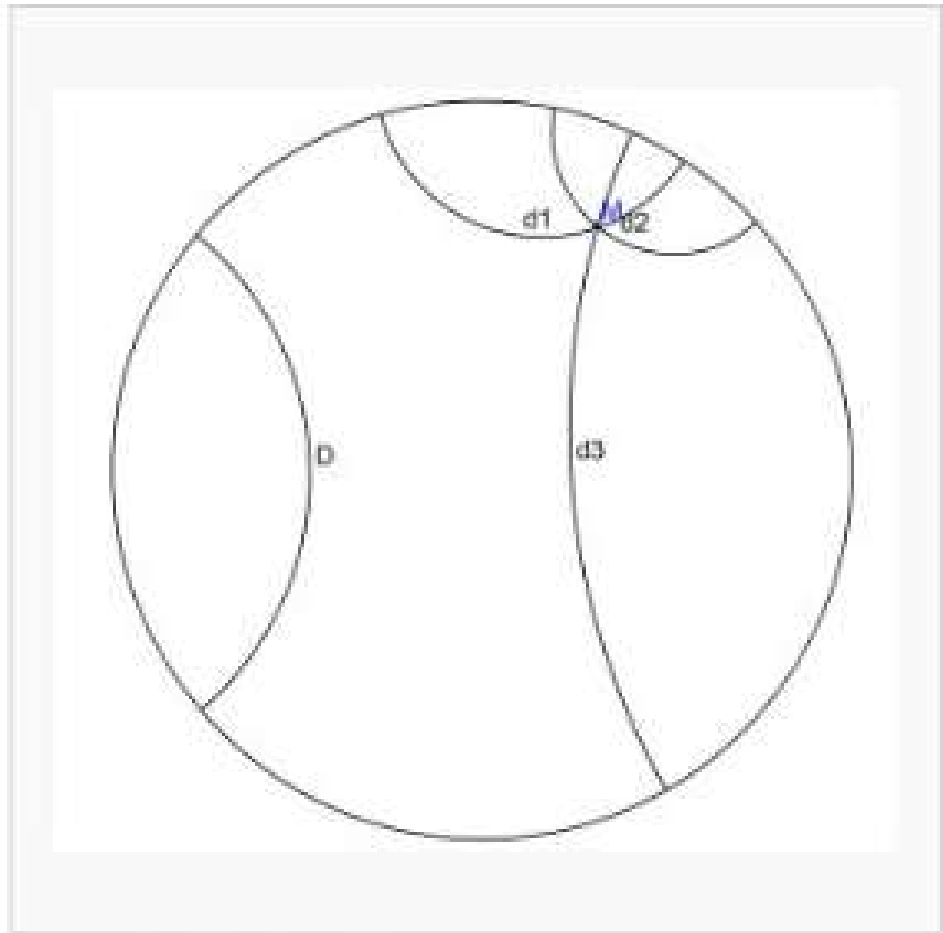
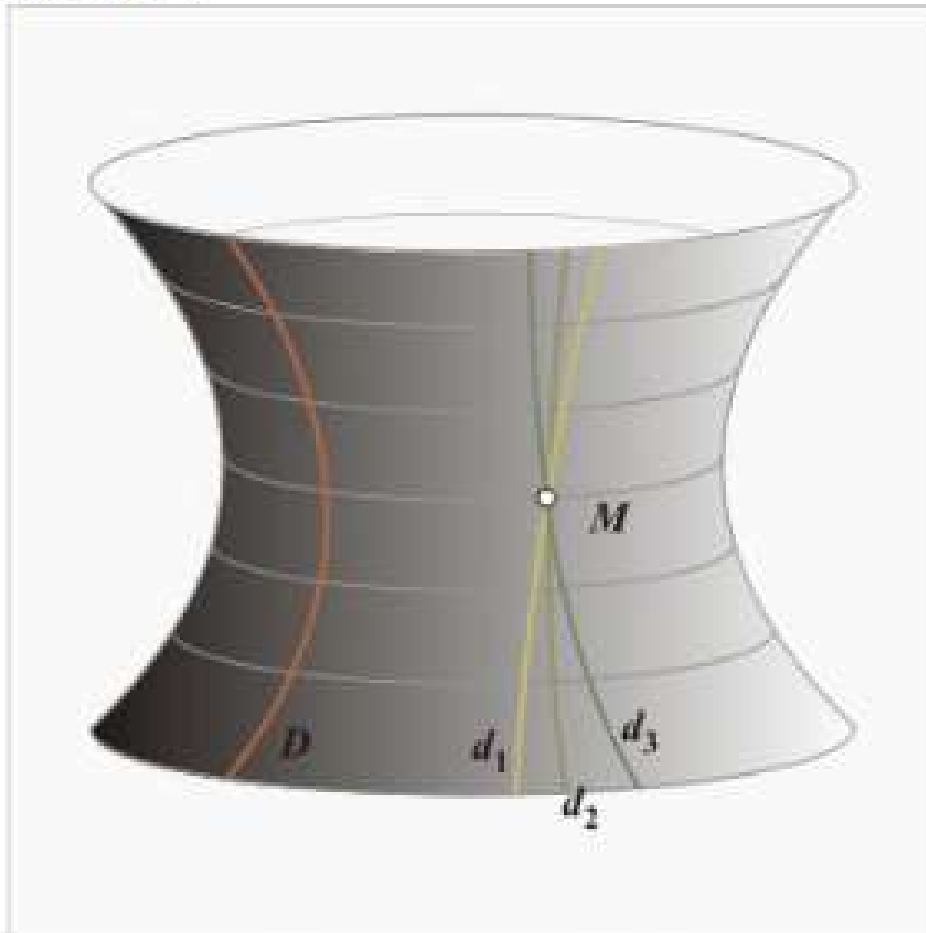
→ SOMME DES ANGLES D'UN TRIANGLE  $< 180^\circ$

APPLICATIONS DE CETTE GÉOMETRIE EN THÉORIE DU CHAOS  
, PHYSIQUE QUANTIQUE , COSMOLOGIE....

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE (LOBATCHEVSKI , BOLYAI

1868)

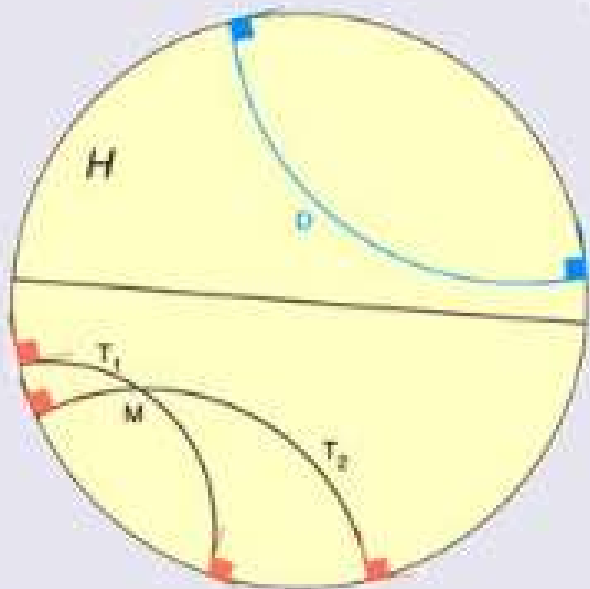


Il existe une infinité de droites qui, comme  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ , passent par le point  $M$  et sont parallèles à la droite  $D$  (représentation de Lobatchevski)

(représentation de Poincaré)

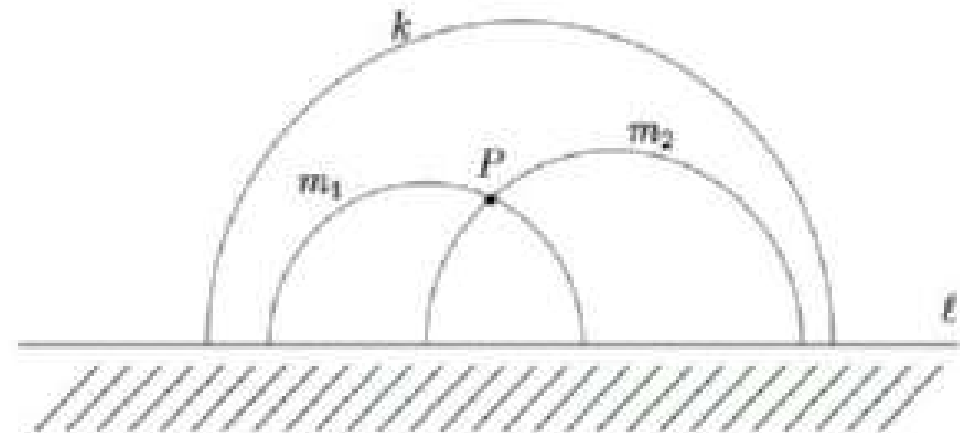
# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE (LOBATCHEVSKI , BOLYAI 1830 )



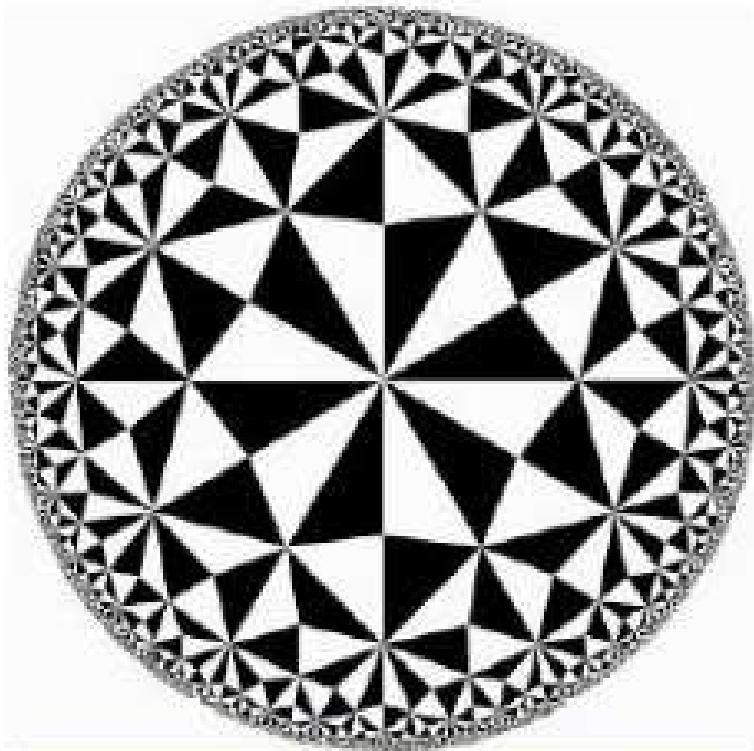
Les points du plan hyperbolique de Poincaré sont à l'intérieur du disque  $H$  de rayon 1 et, dans ce plan hyperbolique, les droites sont les diamètres et les arcs de cercles orthogonaux au pourtour du disque. Par un point  $M$  extérieur à une droite  $D$  ainsi définie, il passe plusieurs droites hyperboliques  $T_1$ ,  $T_2$ , ne coupant pas la droite  $D$ , donc parallèles à  $D$  : l'axiome des parallèles de la géométrie euclidienne n'est pas satisfait, mais tous les autres axiomes sont vérifiés par ces points et droites hyperboliques.  
Infographie : Pour la Science

En fait, on peut montrer qu'étant donné une droite hyperbolique  $k$  et un point  $P$  qui n'est pas sur  $k$ , il existe une *infinité* de droites qui passent par  $P$  et qui sont parallèles à  $k$ .

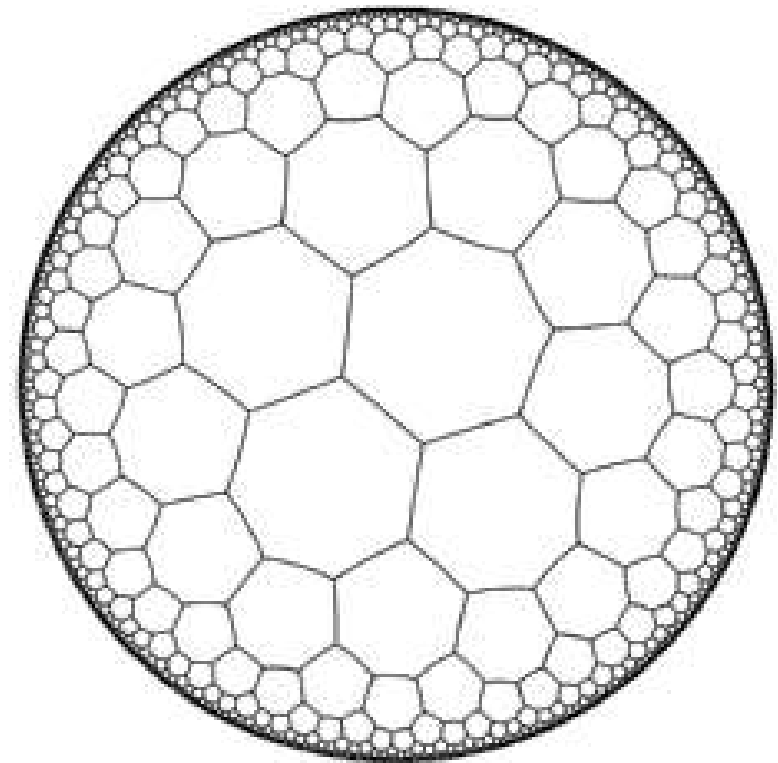


# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE (LOBATCHEVSKI , BOLYAI 1830 )



Le disque hyperbolique de Poincaré, l'inventeur de la géométrie hyperbolique. Plus elles approchent du bord du disque, plus les formes rapetissent. © MathWorld



# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## GÉOMÉTRIE HYPERBOLIQUE (LOBATCHEVSKI , BOLYAI

1830 |

SCIENCE 

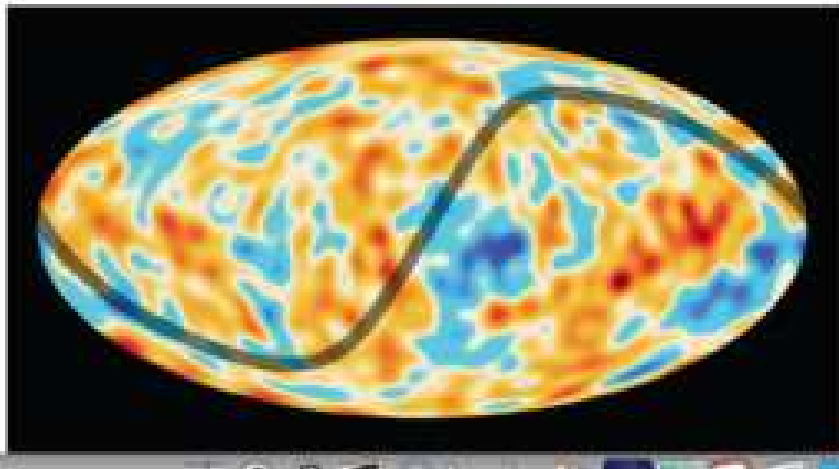
Le magazine de référence  
de l'actualité scientifique

Sciences | MATHÉMATIQUES | Géométrie | Probabilités - Statistiques  
Cosmologie

### L'Univers est-il hyperbolique ?

Une anomalie dans le rayonnement du fond diffus cosmologique pourrait être expliquée si la géométrie de l'Univers est hyperbolique à très grande échelle.

Ben Bolt



Concluons par une question d'actualité, celle de la valeur de la densité de l'univers. Si cette densité  $\rho$  est inférieure à une densité critique  $\rho_c$ , la courbure de l'univers est négative, sa géométrie est "de type lobatchevskien" (c'est l'espace-temps à quatre dimensions qui est courbe), il n'y aura pas de re-contraction dans la théorie cosmologique du Big-Bang ; si  $\rho = \rho_c$ , la géométrie est "de type euclidien", il n'y aura toujours pas de re-contraction, la vitesse d'éloignement des galaxies tend asymptotiquement vers zéro ; enfin, si  $\rho > \rho_c$ , la courbure est positive, l'univers est fini, il y aura re-contraction, ce sera le *Big Crunch* ... Notre histoire s'arrête là.

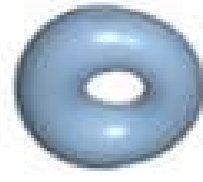
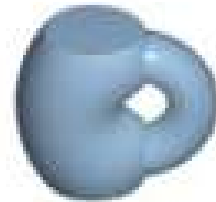
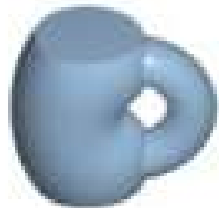
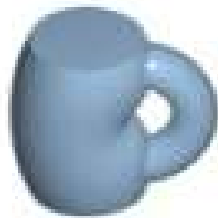
# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

TOPOLOGIE : ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS DES OBJETS GÉOMÉTRIQUES QUI RESTENT INVARIANTES PAR DES 'TRANSFORMATIONS CONTINUES' : ÉTIREMENT , COMPRESSION , PAS DE DÉCHIRURE OU COLLAGE

' UN TOPOLOGUE EST QUELQU'UN QUI NE DISTINGUE PAS SA TASSE DE CAFÉ DE SON BEIGNET... '

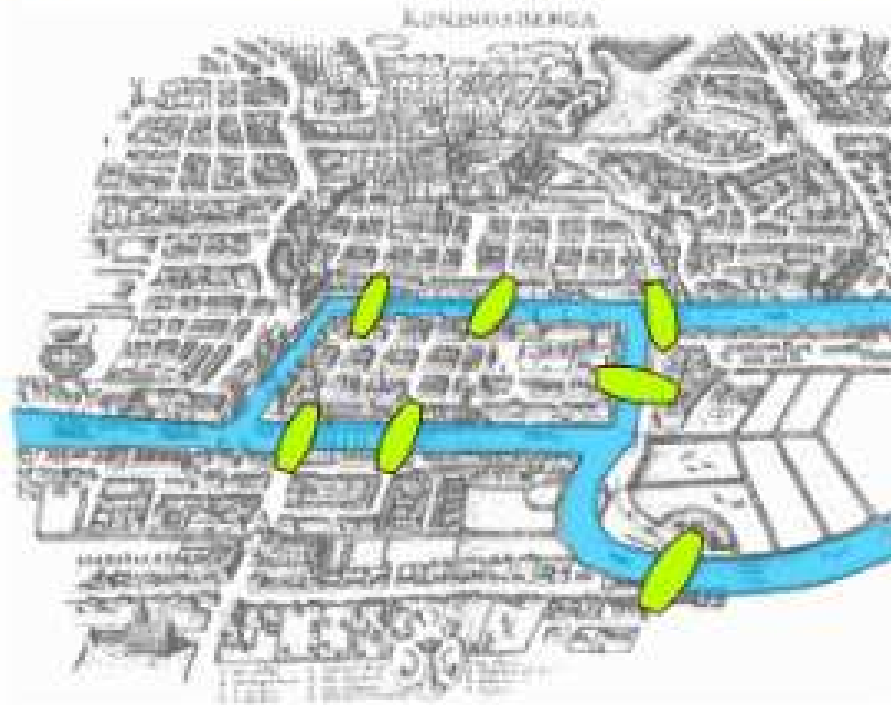
# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN



# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

INITIALEMENT APPELÉE ANALYSIS SITUS , LE FONDATEUR DE CETTE DISCIPLINE A ÉTÉ EULER (1707-1783) .



LE MATHÉMATICIEN ALLEMAND J B LISTING ( 1808-1882) LUI A DONNÉ LE NOM MAINTENANT UTILISÉ.

**POINCARÉ** S'Y EST INTÉRESSÉ PAR L'ÉTUDE DE PROBLÈMES LIÉS AUX ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES , AU PROBLÈME DES 3 CORPS. AVEC L'APPLICATION DES OUTILS DE L'ALGÈBRE ET LA RECHERCHE D'INVARIANTS ALGÈBRIQUES , IL PEUT ÊTRE CONSIDÉRÉ COMME LE FONDATEUR DE LA TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE .

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

EXEMPLE D'INVARIANT : CARACTÉRISTIQUE D'EULER POUR LES POLYÈDRES CONVEXES



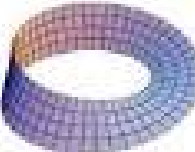
$$S - A + F = 2 \text{ CARACTÉRISTIQUE}$$

EXTENSION PAR POINCARÉ À DIVERSES SURFACES

SPHÈRE  $S^2$  ( DIMENSION 2 DANS L'ESPACE DE DIMENSION 3 ) = 2

SPHÈRE DE DIMENSION  $n = (-1)^{n+1}$

TORÉ ( DIMENSION 2 DANS L'ESPACE DE DIMENSION 3 ) = 0

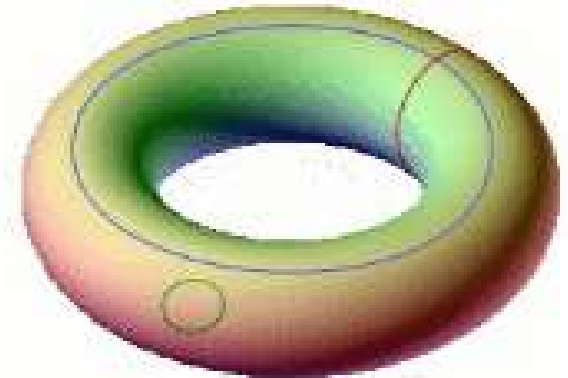
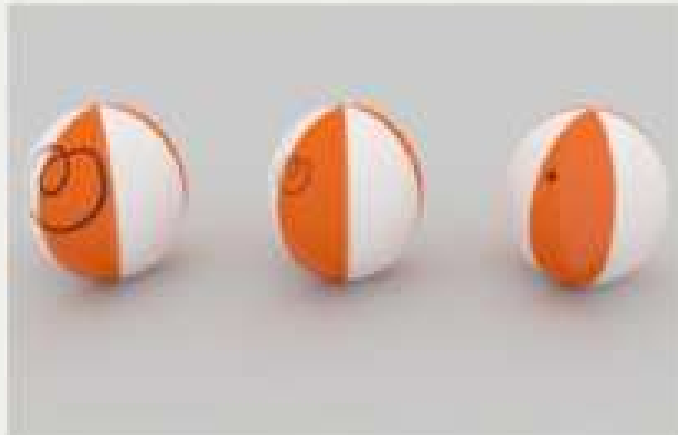
Sphère		2
Tore		0
Ruban de Möbius		0

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

DÉFINITION D'UN INVARIANT TOPOLOGIQUE - **LE GROUPE FONDAMENTAL** - CE QUI REVIENT À CLASSER LES LACETS TRACÉS SUR UNE SURFACE ET REFLÈTE SA COMPLEXITÉ

Voici un exemple de propriété topologique. Sur la sphère  $S^2$ , toute courbe fermée sur la surface et qui revient à son point de départ peut être contractée sur un point sans quitter la surface et sans sectionner la courbe. Or il est vrai que  $S^2$  est simplement connexe. Dans l'exemple ci-dessous, on voit comment la courbe dessinée à gauche peut être contractée le plus en plus.

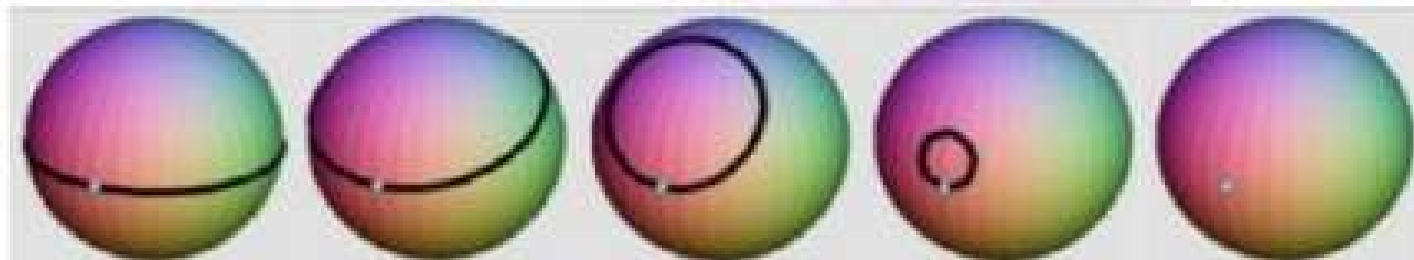


# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

La sphère est la seule surface qui vérifie le "critère de Poincaré" :

tout chemin fermé peut être déformé en un point.



EN 1904 , POINCARÉ ÉMET SA FAMEUSE CONJECTURE , GÉNÉRALISATION DE CE QU'ON OBSERVE EN DIMENSION 2 ( LA SURFACE SPHÉRIQUE HABITUELLE SUR LA SPHÈRE DE DIMENSION 3 ) :

TOUT CORPS DE DIMENSION 3 DONT TOUS LES LACETS PEUVENT ÊTRE RÉDUITS A UN POINT PEUT-IL ÊTRE TRANSFORMÉ EN UNE SPHÈRE  $S^3$  PAR DÉFORMATION CONTINUE ?

PS : QUEL EST LE GROUPE FONDAMENTAL DE L'UNIVERS ?

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

IL A FALLU ATTENDRE 100 ANS POUR OBTENIR LA RÉPONSE A CETTE CONJECTURE , QUI EST VRAIE

DES PREUVES POUR DES DIMENSIONS SUPÉRIEURES À 3 :

- SMALE ,ZEEMAN , STALLINGS EN 1961 /1962 POUR  $N=5, 6$  ET  $\geq 7$
- FREEDMAN EN 1982 POUR  $N = 4$



ET FINALEMENT GRIGORI PERELMAN  
POUR LE CAS  $N = 3$  !!!

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

## TOPOLOGIE ALGÈBRIQUE – CONJECTURE DE POINCARÉ

GRIGORI PERELMAN (1956-)

RUSSE INCONNU DE SAINT PETERSBOURG

SÉJOUR AUX USA EN 1992-1993

PUBLICATION SUR INTERNET (arXiv) MAIS PAS DANS UNE REVUE , SIGNALÉ PAR MAIL À SES AMIS SES RÉSULTATS , PAS DE MENTION DE POINCARÉ , PAS D'ANNONCE DE LA PREUVE !!!

VÉRIFICATION PAR 3 ÉQUIPES DE 2 PERSONNES PENDANT 3 ANS  
CONFÉRENCE AU MIT , PRINCETON, INSTITUT COURANT... EN 2003

MÉDAILLE FIELDS EN 2006

PARMI LES 7 PROBLÈMES DU MILLÉNAIRE DE L'INSTITUT CLAY AVEC UN PRIX D' UN MILLION DE DOLLARS

PERELMAN N'A PAS RÉCEPTIONNÉ SA MÉDAILLE FIELDS

N'A PAS VOULU LE PRIX DE L'INSTITUT CLAY EN 2010

VIT DEPUIS QUELQUE PART EN RUSSIE....

# HENRI POINCARÉ - MATHÉMATICIEN

POUR L'ANECDOTE, EN CALCUL DES PROBABILITÉS, POINCARÉ A ÉTÉ PROFESSEUR DE LOUIS BACHELIER (1870-1946) CONSIDÉRÉ COMME LE PÈRE DES MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES

LA THÈSE DE DOCTORAT DE BACHELIER,  
SOUTENUE À LA SORBONNE EN MARS 1900,  
AVEC POINCARÉ COMME RAPPORTEUR  
ÉTAIT INTITULÉE 'THÉORIE DE LA SPÉCULATION'  
ET AVAIT POUR OBJET L'APPLICATION DU CALCUL DES  
PROBABILITÉS AUX OPÉRATIONS DE BOURSE

- MODÉLISATION MATHÉMATIQUES  
DES COURS DE LA BOURSE
- CARACTÉRISTIQUES D'UN MOUVEMENT  
BROWNIEN

## THÉORIE DE LA SPÉCULATION,

PAR M. L. BACHELIER.

### INTRODUCTION.

Les influences qui déterminent les mouvements de la Bourse sont innombrables, des événements passés, actuels ou même escomptés, se présentant souvent aucun rapport apparent avec ses variations, se répercutent sur son cours.

A côté des causes en quelque sorte naturelles des variations, interviennent aussi des causes factices : la Bourse agit sur elle-même et le mouvement actuel est fonction, non seulement des mouvements antérieurs, mais aussi de la position de place.

POINCARÉ EST-IL LE GRAND-PÈRE DES MATHÉMATIQUES FINANCIÈRES ?

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

DE NOMBREUX DOMAINES DE LA PHYSIQUE ONT ATTIRÉ L'ATTENTION DE POINCARÉ

## COURS ET LIVRES

Cours de la Faculté des sciences de Paris publiés par l'Association amicale des élèves et anciens élèves de la Faculté des sciences - Cours de Physique Mathématique :

- Leçons sur la théorie mathématique de la lumière professées pendant le premier semestre 1887-1888 [p](#),
- Électricité et optique, la lumière et les théories électrodynamiques, leçons professées en 1888, 1890 et 1899 (Carré et Naud- 1901)
- Thermodynamique : leçons professées pendant le premier semestre 1888-89 [p](#) - Rédaction de J. Blondin, Agrégé de l'Université-Paris Gauthier-Villars 1908 - Réimpression 1995 des Éditions Jacques Ga
- Capillarité : Leçons professées pendant le deuxième semestre 1890-1891 [p](#),
- Leçons sur la théorie de l'élasticité (Carré - 1892)
- Théorie mathématique de la lumière II : nouvelles études sur la diffraction. -Théorie de la dispersion de Helmholtz : Leçons professées pendant le premier semestre 1891-1892 [p](#),
- Théorie des tourbillons, leçons professées pendant le deuxième semestre 1891-1892 (Carré et Naud- 1893)
- Les oscillations électriques, leçons professées pendant le premier trimestre 1892-1893 (Carré et Naud- 1900)
- Théorie analytique de la propagation de la chaleur, leçons professées pendant le premier semestre 1893-1894 (Carré - 1895)
- Calcul des probabilités, leçons professées pendant le deuxième semestre 1893-1894 (Carré et Naud- 1896)
- Théorie du potentiel newtonien, leçons professées pendant le premier semestre 1894-1895 (Carré et Naud - 1899)

Cours de la Faculté des sciences de Paris - Cours de mécanique céleste :

- Tome I: Théorie générale des perturbations planétaires [p](#)
- Tome II, 1<sup>ère</sup> partie: Développement de la fonction perturbatrice [p](#)
- Tome II, 2<sup>e</sup> partie: Théorie de la Lune [p](#)

## ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES (1889-1899)

CORDES ET MEMBRANES VIBRANTES, CHALEUR, ÉLECTROSTATIQUE, ÉQUATION DES TÉLÉGRAPHISTES (CABLES TRANSATLANTIQUES),  
PROBLÈME DE DIRICHLET

## PHÉNOMÈNES IRRÉVERSIBLES DE LA THERMODYNAMIQUE (1893)

PARADOXE DE LA RÉVERSIBILITÉ DES PHÉNOMÈNES MICROSCOPIQUES (THÉORIE CINÉTIQUE DES GAZ) ET DE L'IRRÉVERSIBILITÉ  
DES PHÉNOMÈNES MACROSCOPIQUES (ENTROPIE) – TEMPS DE RÉCURRENCE DE POINCARÉ

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – CONDITIONS D'ÉQUILIBRE D'UN FLUIDE EN ROTATION (1885) ET FORME DE LA TERRE ET DES CORPS CÉLESTES

- SOLUTIONS HISTORIQUES : ELLIPSOÏDE DE RÉVOLUTION (NEWTON)

Therefore, Newton concluded that if the earth were homogeneous, it should be oblate with an ellipticity

$$(10) \quad e = \frac{1}{230} \approx 0.00435$$

This prediction of Newton was contrary to the astronomical evidence of the time and "two generations of the best astronomical observers formed in the school of the Cassini's struggled in vain against the authority and reasoning of Newton" (I. Todhunter [1], page 100). The opposing ideas of Newton and Cassini are strikingly illustrated in the accompanying old caricature (Figure 2). However,

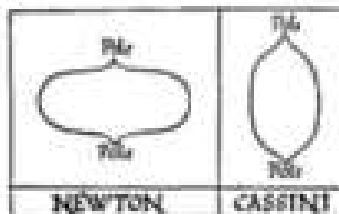
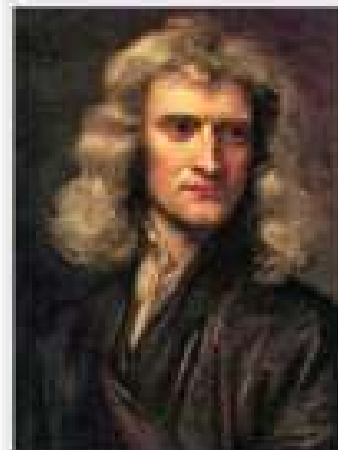


Figure 2

geodetic measurements made in Lapland by Maupertius and Clairaut (1738) afforded data which conclusively showed the flattening of the earth at the poles. As Todhunter has written ([1], page 100), "The success of the arctic expedition may be ascribed in great measure to the skill and energy of Maupertius; and his fame was widely celebrated. The engravings of the period represent him in the costume of a Lapland Hercules having a fur cap over his eyes; with one hand he holds a club and with the other he compresses the terrestrial globe." And Voltaire, then Maupertius' friend, congratulated him warmly for having "aplatis les poles et les Cassini." Later Maupertius and Voltaire became involved in a heroic-comic controversy and Voltaire wrote

"Vous avez confirmé dans les lieux pleins d'ennui  
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui."

We know now that the actual ellipticity of the earth ( $\sim \frac{1}{298}$ ) is substantially smaller than Newton's predicted value ( $\sim \frac{1}{230}$ ); and this discrepancy is interpreted in terms of the inhomogeneity of the earth.



Isaac Newton par G. Kneller (1689)

La Terre tourne autour de son axe Nord-Sud. Les objets situés près de l'équateur sont soumis à une force centrifuge qui tend à les éjecter vers l'extérieur. En 1687, dans son livre *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, le grand mathématicien/physicien Newton se dit qu'il est probable que le globe terrestre se déforme au pôle et qu'une espèce de bourrelet se crée au niveau de l'équateur. Il en calcule même la taille. Ce bourrelet existe-t-il?

Les Français ne le pensaient pas et affirmaient au contraire que le globe terrestre avait la forme d'un ballon de rugby, allongé aux pôles. Pour trancher la question, l'Académie des Sciences de Paris organisa, en 1735, deux expéditions pour mesurer la Terre. L'une en Laponie et l'autre au Pérou. L'aventure scientifique fut jumeinement mais le résultat était là et il fallut se rendre à l'évidence : les Anglais avaient raison. Le bourrelet prédit par Newton existe bel et bien... Pire : les mesures faites par nos voyageurs français confirmaient les calculs de Newton! Shocking!

Voltaire s'en moqua en écrivant à Maupertius, à son retour de Laponie :

« Vous avez confirmé dans ces lieux pleins d'ennui  
Ce que Newton connut sans sortir de chez lui. »

Comment Newton avait-il calculé cela ? Il connaissait l'observation de Jean Richer, en 1672, selon laquelle une horloge à balancier qui est exacte à Paris retarde de 4 minutes et demie par jour lorsqu'on la transporte à Cayenne. Il le balancement de l'horloge soumise à la gravitation est plus lent, c'est que la force de gravitation, diminuée de la force centrifuge, est plus faible. Par un calcul mathématique ingénieux, Newton se dit qu'il est probable que le globe terrestre se déforme au pôle et qu'une espèce de bourrelet se crée au niveau de l'équateur. Il en calcule même la taille. Ce bourrelet existe-t-il ? Il montre que le rayon de la Terre au niveau de l'équateur est supérieur de 0,3% à celui au niveau des pôles. On sait aujourd'hui que la vraie valeur est plus proche de 0,3% : le rayon équatorial vaut 6 378 km alors que le rayon polaire vaut 6 356 km. Il y a une différence de 22 km !

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

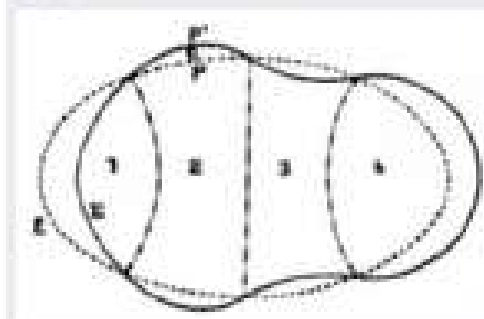
## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – CONDITIONS D'ÉQUILIBRE D'UN FLUIDE EN ROTATION ET FORME DE LA TERRE ET DES CORPS CÉLESTES

- SOLUTIONS HISTORIQUES : ELLIPSOÏDE AVEC 3 AXES INÉGALUX (JACOBI)
- EN 1895, POINCARÉ S'ATTAQUE AU PROBLÈME ET DÉCOUVRE UNE INFINITÉ DE FIGURES D'ÉQUILIBRE – BIFURCATIONS, PRÉCURSEUR DE R. THOM (CATASTROPHES)
- DONNERA LIEU À UNE POLÉMIQUE ENTRE G. DARWIN ET J. JEANS SUR L'ORIGINE DE LA LUNE

Pour la Terre, c'est la même chose : à des échelles de temps très grandes, on peut la considérer comme un objet fluide.

Il n'est pas étonnant que le problème simple de l'équilibre des masses fluides et homogènes en rotation a été pendant quatre siècles un moteur puissant de la science. Les plus grands scientifiques ont essayé de déterminer théoriquement l'ensemble des formes d'équilibre possibles : Clairaut, d'Alembert, Laplace, Lagrange, Legendre, Liouville, Destotinal, Dirichlet, Riemann, Liapounov, Poincaré, Cartan, Appel, Chandrasekhar, etc. Fin XIXème, une véritable école française se forme autour du sujet : Henry Poincaré montre que les résultats précédents ne peuvent être généralisés aux ellipsoïdes hétérogènes et Radou trouve une simplification étonnante et très ingénieuse à l'équation de Clairaut, tandis que Poincaré montre l'existence de formes plus étranges, qu'il qualifie de *periformes* : des points en équilibre (voir la figure.)



La planète en forme de poire de Poincaré.

Cette question a engendré un grand nombre d'idées fondamentales, et utiles, en mathématiques mais aussi en physique. Malgré tout, il reste au moins autant de questions que de réponses. Y'a-t-il d'autres figures possibles ? Nous n'en savons rien. Encore mieux, si l'on peut dire : on ne sait pas évaluer mathématiquement la forme d'équilibre d'un fluide hétérogène (on se connaît que la solution approximative de Clairaut) ! Ce champ de recherche qui a passionné des générations de mathématiciens est tombé en désuétude.

ELLIPTICAL FIGURES OF EQUILIBRIUM—AN HISTORICAL ACCOUNT 201

#### 6. Poincaré and Cartan

The investigations relating to the equilibrium and the stability of ellipsoidal figures of equilibrium, for which Dirichlet and Riemann had laid such firm foundations, took an unexpected turn (from which it was not to be diverted for the next seventy-five years) when Poincaré [10] discovered in 1895 that along the Jacobian sequence a point of bifurcation occurs similar to the one along the Maclaurin sequence and that even as the Jacobian sequence branches off from the Maclaurin sequence, a new sequence of pear-shaped configurations branches off from the Jacobian sequence. This result of Poincaré is equivalent to the statement (in current terminology) that along the Jacobian sequence there is a point where the ellipsoid allows a neutral mode of oscillation belonging to the third harmonics. A corollary which was also enunciated by Poincaré is that along the Jacobian sequence there must be further points of bifurcation where the Jacobian ellipsoid allows a neutral mode of oscillation belonging to the fourth, fifth, and higher harmonics. And Poincaré conjectured "that the bifurcation of the pear-shaped body leads onward stably and continuously to a planet attended by a satellite, the bifurcation into the fourth axial harmonic probably leads stably to a planet with a satellite on each side, that into the fifth harmonic to a planet with two satellites on one and one on the other and so on" (Darwin). It was further conjectured by Darwin that one may look for the origin of the double stars in similar instabilities; the "tidal theory" of the origin of double stars arose in this fashion. The grand central panorama that was then created was so intoxicating that those who followed Poincaré went not to recover from his pursuit. In any event, Darwin, Liapounoff, and Jeans spent years of effort towards the substantiation of these conjectures, and so single minded was the pursuit<sup>9</sup> that one did not even linger to investigate the stability of the Maclaurin spheroids and the Jacobi ellipsoids from a direct analysis of normal modes. Finally, in 1924 Cartan [11], [12] established that the Jacobi ellipsoid becomes unstable at its first point of bifurcation and behaves in this respect differently from the Maclaurin spheroid which, in the absence of any dissipative mechanism, is stable on either side of the point of bifurcation where the Jacobian sequence branches off.

And at this point the subject quietly went into a coma.

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

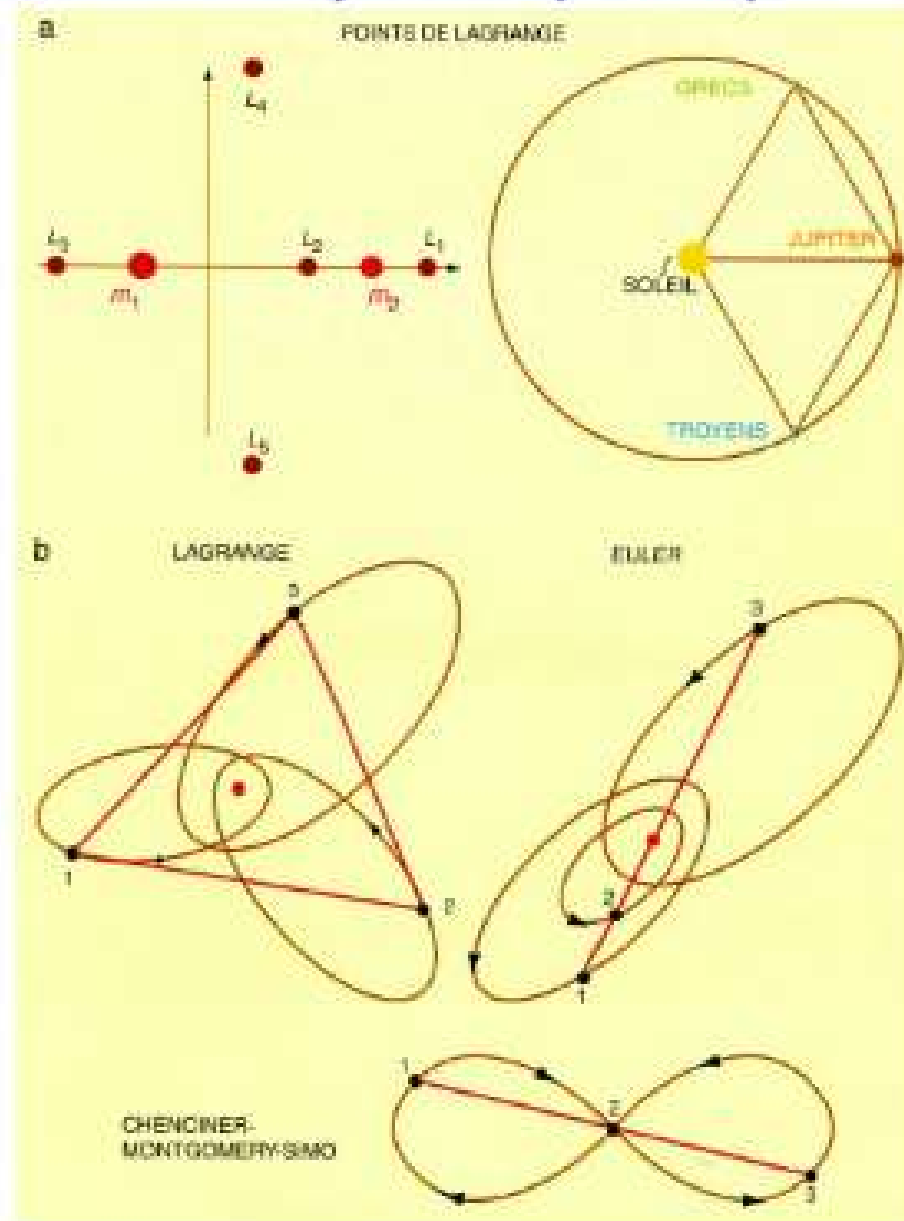
### – PROBLÈME DES 3 CORPS

- EN 1609 , LES 3 LOIS DE KÉPLER (1571-1630) POUR LA DESCRIPTION DU MOUVEMENT DES PLANÈTES DU SYSTÈME SOLAIRE
- EN 1687 DANS SES 'PRINCIPIA' , NEWTON (1642-1727) ÉNONCE LA LOI DE LA GRAVITATION
- LA RÉOLUTION EST AISÉE AVEC 2 CORPS : SOLEIL ET UNE PLANÈTE (TRAJECTOIRES ELLIPTIQUES...)
- AVEC 3 CORPS ( SOLEIL-TERRE-LUNE , SOLEIL-JUPITER-SATURNE, SOLEIL-PLANÈTE-SATELLITE...), C'EST PLUS COMPLIQUÉ ET ON CONSTATE DES IRRÉGULARITÉS PAR RAPPORT À UN MOUVEMENT ELLIPTIQUE
- DE NOMBREUX ASTRONOMES SE SONT ATTAQUÉ A LA RÉOLUTION DES ÉQUATIONS CORRESPONDANTES , EN SIMPLIFIANT OU EN PRENANT DES CAS PARTICULIERS :
  - NEWTON
  - EULER
  - CLAIRAUT
  - LAGRANGE ( AVEC MISE EN ÉVIDENCE DES POINTS D'ÉQUILIBRE DE LAGRANGE )
  - LAPLACE
  - D'ALEMBERT
  - JACOBI
  - DELAUNAY
  - HILL ....
- EN FAIT , DEUX QUESTIONS SE POSENT :
  - LES LOIS DE NEWTON SUFFISENT – ELLES A EXPLIQUER LE MOUVEMENT DES ASTRES ?
  - UN SYSTÈME A PLUSIEURS CORPS S'ATTIRANT MUTUELLEMENT SELON LES LOIS DE NEWTON EST-IL STABLE ?
- LAPLACE , PAR EXEMPLE , PENSAIT AVOIR DEMONTRÉ LA STABILITÉ DU SYSTEME SOLEIL-JUPITER-SATURNE ( C'ÉTAIT FAUX SUR UNE LONGUE PÉRIODE  $> 1$  M ANNEES )
- DES TRAJECTOIRES PARTICULIERES PÉRIODIQUES ONT ÉTÉ AUSSI IDENTIFIÉES

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – Trajectoires périodiques



# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE ET PROBLEME DES 3 CORPS

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE

- ANNONCE EN 1885 POUR REMISE LE 21 JANVIER 1889 À L'OCCASION DES 60 ANS DU ROI - DÉPÔT DES MÉMOIRES EN JUIN 1888 ET PUBLICATION DANS LA REVUE ACTA MATHEMATICA FONDÉE PAR MITTAG-LEFFLER EN 1882
- 4 PROBLÈMES PROPOSÉS PAR LE JURY COMPOSÉ DE MITTAG-LEFFLER, HERMITE ET WEIERSTRASS

#### – LE PROBLÈME DES N CORPS

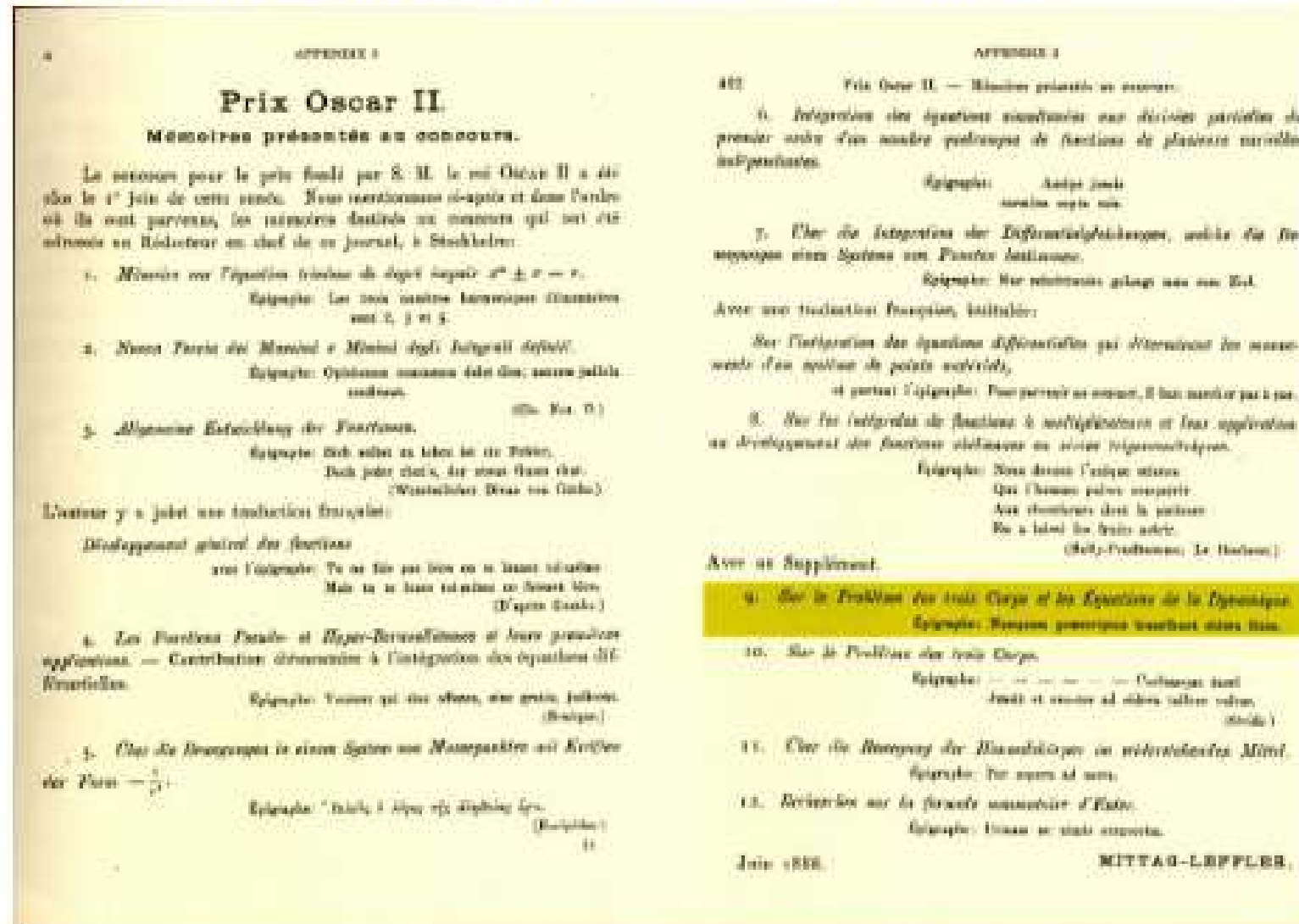
« Étant donné un système d'un nombre quelconque de points matériels qui s'attirent mutuellement suivant la loi de Newton, on propose, sous la supposition qu'un choc de deux points n'ait jamais lieu, de représenter les coordonnées de chaque point sous forme de séries procédant suivant quelques fonctions connues du temps et qui convergent uniformément pour toute valeur réelle de la variable. Ce problème dont la solution étendra considérablement nos connaissances par rapport au système du monde, paraît pouvoir être résolu à l'aide des moyens analytiques que nous avons actuellement à notre disposition ; on peut le supposer du moins, car Lejeune-Dirichlet a communiqué peu de temps avant sa mort à un géomètre de ses amis qu'il avait découvert une méthode pour l'intégration des équations différentielles de la mécanique, et qu'en appliquant cette méthode il était parvenu à démontrer d'une manière absolument rigoureuse la stabilité de notre système planétaire. Malheureusement nous ne connaissons rien sur cette méthode, si ce n'est que la théorie des oscillations infiniment petites paraît avoir servi de point de départ pour sa découverte. On peut pourtant supposer presque avec certitude que cette méthode était basée non point sur des calculs longs et compliqués, mais sur le développement d'une idée fondamentale et simple, qu'on peut avec raison espérer retrouver par un travail persévérant et approfondi... »



# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE ET PROBLEME DES 3 CORPS

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE



# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET É MÉCANIQUE CÉLESTE



## – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE

- LE MÉMOIRE DE POINCARÉ EST DE LOIN JUGÉ LE MEILLEUR, BIEN QU'IL NE RÉSOLVE PAS LE PROBLÈME, MAIS APPORTE DES MÉTHODES NOUVELLES
  - ' L'ŒUVRE PROFONDE ET ORIGINALE D'UN GÉNIE MATHÉMATIQUE DONT LA PLACE EST MARQUÉE PARMIS LES GRANDS GÉOMÈTRES DU SIÈCLE'
- PLUTÔT QUE DE CALCULER UNE SOLUTION PARTICULIÈRE, POINCARÉ S'INTÉRESSE SIMULTANÉMENT À TOUTES LES TRAJECTOIRES POUR EN RETENIR LES PROPRIÉTÉS FONDAMENTALES
- DES RÉSULTATS IMPORTANTS : THÉOREME DE RÉCURRENCE OU STABILITÉ À LA POISSON ( PRESQUE TOUTE TRAJECTOIRE REPASSE UNE INFINITÉ DE FOIS PRÈS DE SA POSITION INITIALE), NON-EXISTENCE D'INTÉGRALE PREMIÈRE, DIVERGENCE DE SÉRIES DE LINSTEDT...
- MALHEUREUSEMENT, EN JUILLET 1889, L.E. PHRAGMEN CHARGÉ DE SUPERVISER L'ÉDITION DU MÉMOIRE SIGNALA DES POINTS OBSCURS. POINCARÉ COMPREND EN DÉCEMBRE 1889 QU'IL Y A DE RÉELLES ERREURS ET DOIT REPRENDRE UNE GRANDE PARTIE DE L'ÉTUDE : LA CONCLUSION SUR LA STABILITÉ N'EST PLUS VALABLE !
- DE FAÇON ROCAMBOLESQUE, IL FAUT RÉCUPÉRER LES QUELQUES EXEMPLAIRES DÉJÀ ENVOYÉS. LE NOUVEAU MÉMOIRE REMANIÉ DE 270 PAGES PARAÎT EN DÉCEMBRE 1890 (VOLUME 13 DES ACTA). POINCARÉ DOIT PAYER LUI-MÊME LA RÉ-IMPRESSION, CE QUI LUI COUTERA 3500 COURONNES ALORS QUE LE PRIX EST DE 2500 COURONNES !

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE

- MAIS CETTE ERREUR SERA FÉCONDE . CETTE ÉTUDE SERVIRA DE PRÉCURSEUR AUX TRAVAUX SUR L'ÉTUDE DES SYSTÈMES DYNAMIQUES DÉTERMINISTES AVEC COMPORTEMENT COMPLEXE , CHAOTIQUE : LE CHAOS DÉTERMINISTE

*Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. Si nous connaissions exactement les lois de la nature et la situation de l'univers à l'instant initial, nous pourrions prédire exactement la situation de ce même univers à un instant ultérieur. Mais, lors même que les lois naturelles n'auraient plus de secret pour nous, nous ne pourrions connaître la situation initiale qu'approximativement. Si cela nous permet de prévoir la situation ultérieure avec la même approximation, c'est tout ce qu'il nous faut, nous disons que le phénomène a été prévu, qu'il est régi par des lois; mais il n'en est pas toujours ainsi, il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit.*

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE

- TRAVAUX ULTÉRIEURS DE KOLMOGOROV, ARNOLD, MOSER (KAM) ET DE LASKAR (1990); CE DERNIER DÉMONTRE QUE LE SYSTEME SOLAIRE EST CHAOTIQUE, QU'IL N'Y A PAS DE PRÉVISION POSSIBLE SUR DE LONGUES PÉRIODES (100 MILLIARDS D'ANNÉES) ET QU'IL Y A POSSIBILITÉ DE COLLISIONS APRÈS 1 MILLIARD D'ANNÉES.

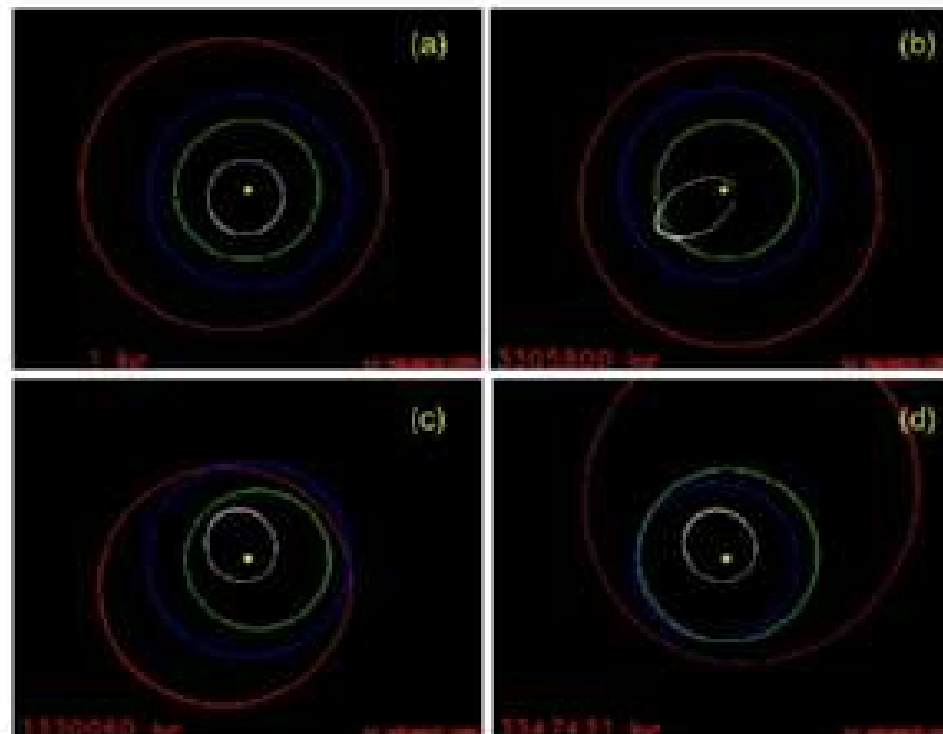


FIG. 6 – Exemple d'évolution à long terme des orbites des planètes telluriques : Mercure (blanc), Vénus (vert), Terre (bleu), Mars (rouge). Le temps est indiqué en milliers d'années (kyr). (a) Au voisinage de l'état actuel, les orbites se déforment sous l'influence des perturbations planétaires, mais sans permettre de rencontres proches ou de collisions. (b) Dans près de 1% des cas, l'orbite de Mercure peut se déformer suffisamment pour permettre une collision avec Vénus ou le Soleil en moins de 5 Gs. (c) Pour l'une des trajectoires, l'excentricité de Mars augmente suffisamment pour permettre une rencontre proche ou une collision avec la Terre. (d) Ceci entraîne une déstabilisation des planètes telluriques qui permet aussi une collision entre Vénus et la Terre (Figure issue des résultats des simulations numériques de Laskar et Gastineau, 2000).

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## MÉCANIQUE CÉLESTE

### – PROBLÈME DES 3 CORPS – PRIX DU ROI OSCAR II DE SUÈDE

- NOTER ENFIN QUE LA SOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLÈME DES 3 CORPS ET MÊME DES N CORPS EXISTE
  - LE FINLANDAIS K. SUNDMAN PUBLIE UNE SOLUTION EN 1912 DANS LA REVUE ACTA MATHEMATICA . SON UTILITÉ EST LIMITÉE CAR LA CONVERGENCE DE LA SÉRIE SOLUTION EST TRÈS , TRÈS LENTE



- Q. WANG EN 1991 ÉTEND CE RÉSULTAT AU PROBLÈME DES N CORPS

### THE GLOBAL SOLUTION OF THE $N$ -BODY PROBLEM\*

WANG QIU-DONG

Department of Mathematical Science, University of Cincinnati,  
Cincinnati, OH 45221-0025, U.S.A

(Received: 8 November, 1990; accepted: 26 February, 1991)

**Abstract.** The problem of finding a global solution for systems in celestial mechanics was proposed by Weierstrass during the last century. More precisely, the goal is to find a solution of the  $n$ -body problem in series expansion which is valid for all time. Sundman solved this problem for the case of  $n = 3$  with non-zero angular momentum a long time ago. Unfortunately, it is impossible to directly generalize this beautiful theory to the case of  $n > 3$  or to  $n = 3$  with zero-angular momentum.

A new "blowing up" transformation, which is a modification of McGehee's transformation, is introduced in this paper. By means of this transformation, a complete answer is given for the global solution problem in the case of  $n > 3$  and  $n = 3$  with zero angular momentum.

**Key words:**  $N$ -body problem – blowing up transformation – analytic continuation

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## RELATIVITÉ RESTREINTE- CONTROVERSE

- EINSTEIN RECONNU COMME LE PÈRE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE , À PARTIR DE L'ENVOI AU JOURNAL 'ANNALEN DER PHYSIK' , LE 30 JUIN 1905 DE L'ARTICLE ' SUR L'ÉLECTRODYNAMIQUE DES CORPS EN MOUVEMENT'
- À PARTIR DU PRINCIPE DE RELATIVITÉ ( LOIS DE LA MÉCANIQUE ET DE L'ÉLECTROMAGNÉTISME INVARIANTES DANS LES RÉFÉRENTIELS GALILÉENS ) ET DU PRINCIPE DE CONSTANCE DE LA VITESSE DE LA LUMIÈRE DANS LE VIDE , EINSTEIN DÉDUIT LES CONSÉQUENCES MAINTENANT BIEN CONNUES :
  - PAS DE SIMULTANÉITÉ ABSOLUE
  - DILATATION DU TEMPS
  - CONTRACTION DES LONGUEURS
  - LOI DE COMPOSITION DES VITESSES

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## RELATIVITÉ RESTREINTE- CONTROVERSE

### – CEPENDANT , IL FAUT NOTER LES CONTRIBUTIONS DE POINCARÉ A LA RELATIVITÉ :

- SYNCHRONISATION DES HORLOGES (1900 – PROBLÈMES DE GÉODÉSIE ET TRANSMISSION DES SIGNAUX )
- DANS 'LA SCIENCE ET L'HYPOTHESE' ( 1902 )
  - IL N'Y A PAS DE TEMPS ABSOLU. DIRE QUE DEUX DURÉES SONT ÉGALES EST UNE AFFIRMATION QUI N'A PAS DE SENS EN ELLE-MÊME
  - IL N' Y A PAS D'ESPACE ABSOLU ET NOUS NE CONCEVONS QUE DES MOUVEMENTS RELATIFS
  - NOUS N'AVONS PAS MÊME L'INTUITION DIRECTE DE LA SIMULTANÉITÉ DE DEUX ÉVÉNEMENTS
- À LA CONFÉRENCE DE SAINT LOUIS ( USA ) 24/09/1904
  - LE PRINCIPE DE RELATIVITÉ , D'APRÈS LEQUEL LES LOIS DES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES DOIVENT ÊTRE LES MEMES , SOIT POUR UN OBSERVATEUR FIXE , SOIT POUR UN OBSERVATEUR ENTRAÎNÉ DANS UN MOUVEMENT DE TRANSLATION UNIFORME , DE SORTE QUE NOUS N'AVONS ET NE POUVONS AVOIR AUCUN MOYEN DE DISCERNER SI NOUS SOMMES , OUI OU NON , EMPORTÉS DANS UN PAREIL MOUVEMENT...

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## RELATIVITÉ RESTREINTE- CONTROVERSE

– CEPENDANT , IL FAUT NOTER LES CONTRIBUTIONS DE POINCARÉ A LA RELATIVITÉ :

- EN 1900 ( LA THÉORIE DE LORENTZ ET LE PRINCIPE DE RÉACTION ) , UN CALCUL FAIT APPARAÎTRE LA FORMULE  $E = M C^2$  ( EINSTEIN EN NOVEMBRE 1905 )
- LETTRE À LORENTZ DURANT L'HIVER 1904/1905 SUR LA FORME CORRECTE DES TRANSFORMATIONS DE LORENTZ
- DANS LE COMPTE-RENDU DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES DU 5 JUIN 1905 ET LE MÉMOIRE DU 23 JUILLET ENVOYÉ AUX 'RENDICONTI DEL CIRCOLO MATEMATICO DI PALERMO' ,PUBLIÉ EN 1906 - POINCARÉ INTRODUIT L'ESPACE-TEMPS À 4 DIMENSIONS , MONTRE QUE LES TRANSFORMATIONS DE LORENTZ FORMENT UN GROUPE , DONNE LA BONNE LOI DE COMPOSITION DES VITESSES ( CELLE DE LORENTZ NE L'ÉTAIT PAS )

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## RELATIVITÉ RESTREINTE- CONTROVERSE

### – LES COMMENTAIRES DES SCIENTIFIQUES

- **LORENTZ ( 1921 )**
  - POINCARÉ , AU CONTRAIRE , A OBTENU UNE INVARIANCE PARFAITE DES ÉQUATIONS DE L'ÉLECTRODYNAMIQUE , ET IL A FORMULÉ LE POSTULAT DE RELATIVITÉ , TERMES QU'IL A ÉTÉ LE PREMIER À EMPLOYER...
- **SIR E.T. WHITTAKER (1873-1956 ) ROYAL SOCIETY , LONDON , EN 1953 - HISTORY OF THE THEORIES OF AETHER AND ELECTRICITY**
  - EINSTEIN A PROPULSÉ LA RELATIVITÉ DE LORENTZ ET POINCARÉ AVEC QUELQUES ADJONCTIONS QUI LUI ONT ATTIRÉ BEAUCOUP D'ATTENTION
- **MAX BORN – CONFÉRENCE A BERNE EN 1955**
  - LE RAISONNEMENT UTILISÉ PAR POINCARÉ FUT EXACTEMENT LE MEME QUE CELUI QU'EINSTEIN AVAIT INTRODUIT DANS SON PREMIER ARTICLE DE 1905. CELA SIGNIFIE T'IL QUE POINCARÉ CONNAISSAIT TOUT CECI AVANT EINSTEIN ? C'EST POSSIBLE
- **FEYNMAN EN 1964 DANS 'THE CHARACTER OF PHYSICAL LAW '**
  - EINSTEIN REALIZED , AND POINCARÉ TOO, THAT THE ONLY POSSIBLE WAY IN WHICH A PERSON MOVING AND A PERSON STANDING STILL COULD MEASURE THE SPEED OF LIGHT TO BE THE SAME WAS THAT THEIR SENSE OF TIME AND THEIR SENSE OF SPACE ARE NOT THE SAME...

# HENRI POINCARÉ – PHYSICIEN ET ASTRONOME

## LE BUREAU DES LONGITUDES

- **CHOIX EN NOVEMBRE 1884 DU MÉRIDIEN DE GREENWICH** COMME MÉRIDIEN INITIAL POUR LA LONGITUDE : LA FRANCE PERD LA BATAILLE DU MÉRIDIEN AU PROFIT DES BRITANNIQUES QUI DOIVENT ACCEPTER EN CONTREPARTIE LE SYSTÈME MÉTRIQUE
  - LA FRANCE CHANGERA D'HEURE LE 11 MARS 1911, SOUS LA COORDINATION D'UNE COMMISSION PRÉSIDIÉE PAR POINCARÉ



FIG. 7.2 - Le Courrier du 15 Octobre 1911.

- **EN 1898, NOUVELLE MESURE DE LA MÉRIDIENNE DE QUITO** ( EXPÉDITION DE LA CONDAMINE AU 18ÈME SIÈCLE ) – MISSION PILOTÉE PAR UNE COMMISSION ACADÉMIQUE DONT LE RAPPORTEUR EST POINCARÉ – LA MISSION S'ÉTALERA SUR 7 ANNÉES, DE 1900 A 1907 !

# HENRI POINCARÉ – PHILOSOPHE DES SCIENCES

- NOMBREUX ARTICLES DANS LA REVUE GÉNÉRALE DES SCIENCES PURES ET APPLIQUÉES OU DANS LA REVUE DE MÉTAPHYSIQUE ET MORALE
- RÉFLEXIONS SUR LES FONDEMENTS DES MATHÉMATIQUES : LA LOGIQUE, LA THÉORIE DES ENSEMBLES, LES PRINCIPES DE LA GÉOMÉTRIE
- DES TRAVAUX PUBLIÉS DANS LES 4 VOLUMES DE LA BIBLIOTHEQUE DE PHILOSOPHIE SCIENTIFIQUE DE C. FLAMMARION
  - LA SCIENCE ET L’HYPOTHESE 1902
  - LA VALEUR DE LA SCIENCE 1905
  - SCIENCE ET METHODE 1908
  - DERNIERES PENSÉES 1913 (POSTHUME )
- INTERLOCUTEUR DE PHILOSOPHES EN FRANCE ( BERGSON, ALAIN, DURKHEIM ) ET À L’ÉTRANGER ( RUSSELL , POPPER , KUHN , CERCLE DE VIENNE )
- INTUITIONNISME , CONSTRUCTIVISME , OPPORTUNISME , POINCARISME , EMPIRISME....

# HENRI POINCARÉ – UN SAVANT DANS SON SIECLE

- **L’AFFAIRE DREYFUS – L’ EXPERTISE DE POINCARÉ REQUISE À 2 REPRISES**
  - **EN 1899** , LORS DU NOUVEAU PROCES SUITE À L’ANNULATION DU JUGEMENT DE 1894 – POINCARÉ CRITIQUE L’UTILISATION DU CALCUL DES PROBABILITÉS PAR BERTILLON POUR AUTHENTIFIER L’ECRITURE D’ A DREYFUS – DREYFUS CONDAMNÉ A NOUVEAU MAIS GRACIÉ
  - **EN 1904** , AVEC P APPELL ET G DARBOUX , L’ENQUETE DE LA COUR DE CASSATION POUR UNE DEMANDE EN RÉVISION – ÉTUDE SCIENTIFIQUE DU BORDEREAU CONTRE LES ARGUMENTS DE BERTILLON
  - **DREYFUS SERA RÉHABILITÉ EN 1906**

Il a consulté M. Poincaré, membre de l'Académie des Sciences, qu'il rappello être le plus illustre mathématicien de notre époque. M. Poincaré répondit à M. Painlevé par une lettre dont lecture est donnée au Conseil, lettre qui qualifie avec sévérité, après les avoir constatées et énumérées, les erreurs colossales (sic) commises par M. Bertillon.

M. Henri Poincaré reconnaît que M. le capitaine Valério connaît mieux le calcul des probabilités que M. Bertillon; mais il a, néanmoins, commis des erreurs de nature à fausser complètement sa thèse.

• Les calculs de M. Bertillon, conclut M. Poincaré, sont absolument inexacts et l'application du calcul des probabilités à une pièce comme le bordereau, en général, et en particulier dans le cas actuel, est un véritable scandale ». (Mouvement.)

FIG. 10.8 – *Le journal des débats* du 5 septembre 1899.

## *Des sages dans un cabanon*

On sait que le dément Bertillon a émis sur le bordereau une théorie extravagante. Mais la folie du pauvre homme ayant affecté, comme il arrive souvent à toute une catégorie de maniaques, la forme scientifique, la Cour de cassation est obligée d'en confier l'examen à des savants. Elle a désigné trois mathématiciens illustres, MM. Appel, Darboux et Poincaré. Là-dessus toute la presse nationaliste se récrie : « Mais ces hommes se sont déjà prononcés sur le système de Bertillon. » — Peut-être ; mais où trouver un savant qui ne tienne pas l'invention de Bertillon pour une folie, et Bertillon lui-même pour un fou ? Ou bien les nationalistes préfèrent-ils que l'on confie cet examen à des médecins aliénistes ? Ceux-ci, du moins, ont l'habitude de converser avec les délirants en affectant les plus grands égards pour leur génie. Il doit être cruel à des savants d'appliquer les procédés techniques de la science à des inventions malades... Qu'ils ne se rebutent pas cependant, car s'ils se détournaient de leur besogne par dégoût, la bonne presse dirait que c'est par embarras et que le génie de Bertillon les a confondus.

FIG. 10.12 – *L'Humanité* du 14 mai 1904.

# HENRI POINCARÉ – UN SAVANT DANS SON SIECLE

- LA POLÉMIQUE SUR LA ROTATION DE LA TERRE - LA TERRE TOURNE-T-ELLE ?
  - A PARTIR DES DÉCLARATIONS DE POINCARÉ SUR L'INEXISTENCE D'UN REPÈRE ABSOLU
  - EN AVRIL 1900 LORS DU CONGRES INTERNATIONAL DE PHILOSOPHIE - PUIS DE MULTIPLES ARTICLES DE JOURNAUX ENTRE 1900 ET 1904

« Cela n'empêche pas que l'espace absolu, c'est-à-dire, le repère auquel il faudrait rapporter la Terre pour savoir si réellement elle tourne, n'a aucune existence objective. Dès lors cette affirmation : « la Terre tourne » n'a aucun sens, puisqu'aucune expérience ne permettra de la vérifier; puisqu'une telle expérience, ne pourrait être ni réalisée, ni rêvée par le Jules Verne le plus hardi, mais ne peut être conçue sans contradiction; ou plutôt ces deux propositions : « la Terre tourne », et : « il est plus commode de supposer que la Terre tourne », ont un seul et même sens; il n'y a rien de plus dans l'une que dans l'autre<sup>2</sup>. »

Cette dernière affirmation repose essentiellement sur sa croyance intime en la non-existence d'un espace absolu qu'il a placée en préalable. Concernant le mouvement relatif, Poincaré avait écrit dans les quelques lignes qui précèdent cet extrait :

« Je m'arrêterai plus longtemps sur le cas des mouvements relatifs rapportés à des axes qui tournent d'une rotation uniforme. Si le ciel était sans cesse couvert de nuages, si nous n'avions aucun moyen d'observer les astres, nous pourrions, néanmoins conclure que la terre tourne; nous en serions avertis par son aplatissement, ou bien encore par l'expérience du pendule de Foucault. Et pourtant, dans ce cas, dire que la terre tourne, cela aurait-il un sens? S'il n'y a pas d'espace absolu, peut-on tourner sans tourner par rapport à quelque chose, et d'autre part comment pourrions-nous admettre la conclusion de Newton et croire à l'espace absolu? »



« Avec quelle bonhomie fine la parole intime de M. Henri Poincaré corrige l'audace de ses blasphémateurs scandaleux! Il faut l'ouïr à mi-voix, commenter dans un sourire, son fameux paradoxe sur le mouvement de la Terre :

- Vous pouvez, fait-il d'un ton pince-sans-rire (qui me rappellerait Alphonse Allais, s'il n'y avait trop d'irrévérence) vous pouvez vous risquer à le répéter sans danger : « Elle tourne! Galilée eut raison! *E par si muove.* » »

*E par si muove*

# HENRI POINCARÉ – UN SAVANT DANS SON SIECLE

- EN POLITIQUE -

- RECOMMANDATION DU SCRUTIN PROPORTIONNEL ( 1910 ) DANS UNE COMMISSION D'ÉTUDE AVEC E BOREL , H BERGSON , E PICARD , J HADAMARD

LIBRAIRIE FÉLIX ALCAN  
*Vient de paraître :*  
**G. LACHAPELLE**  
secrétaire général du comité républicain de la R. P.  
**LA REPRÉSENTATION PROPORTIONNELLE**  
**EN FRANCE ET EN BELGIQUE**  
*Préface de M. Henri Poincaré*  
1 vol. in-16 (franco par la poste) : 3 fr. 50

FIG. 124 – *Le Temps* du 4 février 1911.

- SON OPINION SUR LA PRÉPONDÉRANCE POLITIQUE DU MIDI DE LA FRANCE ...

# HENRI POINCARÉ – UN SAVANT DANS SON SIECLE

## • EN POLITIQUE –

Le journal *L'Opinion* ayant invité ses lecteurs à exprimer leur sentiment sur cette question, Henri Poincaré lui répond ceci le 25 mars 1911 :

« Monsieur,

La prépondérance politique du Midi est un fait indéniable, encore que vous l'ayez quelque peu exagéré par divers artifices, par exemple en classant Vaucluse et les Alpes Maritimes parmi les départements du Centre. Je n'hésite pas à déclarer que c'est là un mal. L'ardeur du Midi fait équilibre à la circonspection du Nord et cela pourrait être pour la France un avantage inappréciable. Avec ces qualités opposées on pourrait faire un mélange exquis si l'on n'y troublait pas malencontreusement les proportions.

En ma qualité d'homme du Nord, il m'est naturel de penser que les vertus septentrionales sont d'un meilleur aloi. Ne vaudrait-il pas mieux que notre parlementarisme ressemblât à celui de l'Angleterre et de la Belgique plutôt qu'à celui de l'Italie et de l'Espagne et ne conviendrait-il pas en conséquence d'y laisser le premier rôle à ceux de nos compatriotes qui se rapprochent des Anglais plus que des Espagnols ?

Les qualités de l'homme d'état sont de deux sortes ; celles qui l'aident à monter au pouvoir et à s'y maintenir, celles qui lui permettent d'en faire bon usage. Il va sans dire que les secondes ne seraient rien sans les premières ; mais ce sont les secondes qui donnent aux premières tout leur prix. Les unes et les autres ne sont pas incompatibles ; mais quand les unes sont hypertrophiées, on peut craindre que les autres ne soient gênées dans

leur développement. Le méridional possède les premières à un degré éminent, mais cela ne nous garantit pas qu'il fasse un cas suffisant des secondes.

Et puis je crains que les gens du Midi n'aient pas des intérêts extérieurs de la France le même souci que ceux du Nord. Loin de moi la pensée de suspecter leur patriotisme, je sais qu'ils se feraient tuer aussi bravement que les autres. Mais le vrai patriotisme n'est pas seulement un généreux enthousiasme d'une heure ; il est avant tout une longue patience. Quelle différence alors entre ceux qui ont vu l'invasion et ceux qui en ont seulement entendu parler ; entre ceux qui pensent au péril allemand une fois par an au milieu d'un discours et ceux dont la vigilance ne peut s'endormir parce qu'une sentinelle doit toujours rester éveillée, ceux qui voient les Vosges quand le temps est à la pluie et qui savent ce qu'il y derrières, ceux qui ont vu les classes qui ne s'oublient pas et qui n'ont que quelques pas à faire pour les revoir encore. Entre ceux pour qui l'Alsace Lorraine n'est qu'une tâche noire sur la carte, et ceux qui y ont des parents et des amis dont ils entendent les plaintes. Par delà la Garonne, on croit la pluie cristallisée parce qu'elle est loin ou bien on ne la ressent que comme une blessure d'amour propre. Ce serait sans doute une folie que de continuer à espérer, penser souvent à ce que nous avons perdu n'en demeurant pas moins une chose saine.

D'où provient la prépondérance du Midi ? Le méridional est bon paroleur ; il est prompt à la promesse et quand il promet il le fait avec tant de chaleur qu'on a l'illusion qu'il veut tenir et qu'il finit peut-être par le croire lui-même. Il est familier et semble toujours se livrer tout entier ; il ne fait pas le dégoûté et il partage avec bonne humeur dans les mers stagnantes. Ce sont là des qualités électORALES incomparables. Utiles pour devenir député, elles ne le sont pas moins pour devenir ministre. Les députés sont des hommes comme les électeurs et c'est par les mêmes moyens qu'on capte leurs bonnes grâces.

D'ailleurs ces qualités réunissent aussi dans le Nord. Parmi les représentants du Nord, les médiocres, c'est à dire les plus nombreux seront choisis dans tout ce que le département a enfanté de plus semblable au méridional. Ils ne seront jamais toutefois que des méridionaux de pacotille ; en fait de méridionaux, le Nord ne produira jamais que de la seconde qualité. C'est dire qu'ils ne pourront aspirer au premier rôle. Mais leurs sympathies les entraîneront vers leurs grands frères du Midi qui sont ce qu'ils ont rêvé d'être, et c'est à eux qu'ils donneront leurs suffrages.

# HENRI POINCARÉ – UN SAVANT DANS SON SIECLE

- EN POLITIQUE –

*politiques : «Il y a des femmes qui ne se donnent qu'à ceux qui ont paru les dédaigner ; il y en a qui aiment que l'on ait longtemps soupiré ; il y en a qui se laissent enlever à la hussarde. C'est à ces dernières que ressemble la Politique. Le méridional le comprend ; il est né pour le pouvoir comme pour les bonnes formules faciles».*

# HENRI POINCARÉ – EN CONCLUSION

<sup>48</sup> “Peu d’hommes étaient capables de suivre sa pensée [...]; il n’avait pas d’élèves. Mais ces quelques hommes firent comprendre quelles synthèses contenait ou exigeait cette oeuvre si originale, diverse, profonde ou prophétique [...]. L’homme et l’oeuvre éblouirent les contemporains. Après un siècle de travaux mathématiques, nous pouvons les comprendre avec plus d’aisance, parler plus familièrement d’eux; mais, plus nous les approchons, plus nous les admirons et respectons”, J. LERAY, Henri Poincaré, *Encyclopaedia Universalis*, p. 203.

C’est surtout le modèle mathématique axiomatique et linéaire du grand rival scientifique de Poincaré, David Hilbert, le successeur de Klein à Göttingen, qui façonne le développement des mathématiques d’une bonne moitié du XXe siècle. C’est la mécanique quantique, élaborée mathématiquement à Göttingen, qui devient synonyme de physique. La vague bourbakiste fait peu de place aux mathématiques de Poincaré, par essence qualitatives, non linéaires, récalcitrantes à tout dogme, et l’école de Copenhague se soucie peu de physique macroscopique.

Aujourd’hui le vent a tourné, les mathématiques sont envahies par la non-linéarité et la physique redécouvre les richesses de la dynamique classique et les possibilités de la géométrie symplectique<sup>51</sup>.

Qui sait si Poincaré, longtemps considéré comme le dernier savant du XIX<sup>e</sup> siècle, ne sera pas un jour qualifié de premier savant du XXI<sup>e</sup>.

*Jean Mawhin*

Université Catholique de Louvain

Institut de recherche en mathématique et physique

Chemin du Cyclotron, 2, B-1348 Louvain-la-Neuve, Belgium

# Henri Poincaré - Bibliographie

- Henri Poincaré – Une biographie au(x) quotidien(s) - JM Ginoux C Gerini - Ellipses 2012
- Poincaré Philosophe et mathématicien - U Bottazzini – Belin 2002
- L'héritage scientifique de Poincaré - E Charpentier E Ghys A Lesne - Belin 2006
- Henri Poincaré Le dernier savant universel - Revue Tangente Sup n° 67-68 2013
- Henri Poincaré Quadrature Hors série n°1 - novembre 2012
- Quadrature n° 64 avril-juin 2007 - Topologie des espaces de dimension 3 - V Blankœil
- Dossier pour la science - Les grands problèmes mathématiques n° 74 janvier-mars 2012 - ' Géométriser l'espace : de Gauss à Perelman' - E Ghys
- L'empire du temps Les horloges d'Einstein et les cartes de Poincaré– P Galison - Robert Laffont 2003
- Einstein et Poincaré Sur les traces de la relativité– JP Auffray - Le Pommier 2005
- Comment le jeune et ambitieux Einstein s'est approprié la Relativité restreinte de Poincaré – J Hladik – Ellipses 2004
- Henri Poincaré, ou les mathématiques sans œillères – J Mawhin - Annals of the University of Bucharest 3 2012
- La conjecture de Poincaré Comment Gregori Perelman a résolu l'une des plus grandes énigmes mathématiques – George Szpiro - JC Lattès 2007
- La Science et l' Hypothèse - Henri Poincaré – 1902
- Sur Internet , les sites
  - Le site de l'Institut Henri Poincaré : <http://www.ihp.fr>
  - Le site du CNRS dédié à la recherche mathématique en mots et en images : <http://images.math.cnrs.fr/>
  - Le site de l'institut Clay : <http://www.claymath.org/millennium/>
  - Le site d'archives de revues mathématiques : <http://www.numdam.org/>
  - Une autre référence pour la conjecture de Poincaré : <http://www.uclouvain.be/cps/ucl/doc/sc/documents/ColloquiumScience-Perelman-Beamer-FinalPourLeWeb.pdf>